

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОВЫХ ПАРАМЕТРОВ ЗАКАЛКИ ЗАГОТОВОК В ВЕРТИКАЛЬНОЙ ШАХТНОЙ ПЕЧИ

Гетьман А. Ю., Разживин А. В.

В статье рассмотрена математическая модель, описывающая тепловые процессы при закалке заготовки в вертикальной шахтной печи, основанная на нелинейных дифференциальных уравнениях в частных производных, содержащих граничные условия разного рода, а также условия для определения положения границы фазового перехода. Создание данной математической модели позволит повысить точность системы управления температурным режимом закалки. В статье предложен способ учета пространственного распределения при анализе интегральных показателей энергетических процессов в вертикальной шахтной печи путем решения дифференциальных уравнений в частных производных. Такое решение позволяет описать тепловые процессы, распределенные во времени и пространстве.

У статті розглянута математична модель, що описує теплові процеси при загартуванні заготовки у вертикальній шахтній печі, що заснована на нелінійних диференціальних рівняннях в частинних похідних, що містять граничні умови різного роду, а також умови для визначення положення границі фазового переходу. Створення даної математичної моделі дозволить поліпшити систему керування температурним режимом загартування. У статті запропонований спосіб обліку просторового розподілу при аналізі інтегральних показників енергетичних процесів у вертикальній шахтній печі шляхом вирішення диференціальних рівнянь в частинних похідних. Таке рішення дозволяє описати теплові процеси, розподілені в часі і просторі.

The article it is deals with a mathematical model that describes the thermal processes are during quenching the workpiece in a vertical shaft furnace, based on the nonlinear differential equations in partial derivatives, containing different kinds of boundary conditions, and the conditions for determining the position of the boundary of a phase transition. Creation of the mathematical model will allow to improve thermal management system quenching, which will support the directive schedule at the established level of the temperature schedule. In this article proposed a method of accounting for the spatial distribution of integrated indicators in the analysis of energy processes in a vertical shaft furnace, by solving differential equations in partial derivatives. This solution allows us to describe the thermal processes, distributed in time and space.

Гетьман А. Ю.

студент ДГМА

Разживин А. В.

канд. техн. наук, ст. преп. ДГМА  
app@dgma.donetsk.ua

ДГМА – Донбасская государственная машиностроительная академия, г. Краматорск.

УДК 681.5:51-74

Гетьман А. Ю., Разживин А. В.

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОВЫХ ПАРАМЕТРОВ  
ЗАКАЛКИ ЗАГОТОВОК В ВЕРТИКАЛЬНОЙ ШАХТНОЙ ПЕЧИ**

Металлургическая отрасль играет важную роль в формировании экономики Украины. В условиях постоянного повышения стоимости энергоресурсов, усиления требований к качеству металлургической продукции и экологической безопасности производства существует необходимость внедрения новых технологий закалки металла. Тепловой режим закалки является одним из основных параметров технологического процесса, так как в данный период закладываются основные физико-химические свойства металла. Стабилизация теплового режима на уровне  $\pm 10$  °С является обязательным условием получения качественной продукции. Следовательно, необходима система управления температурным режимом закалки, которая будет поддерживать установленный директивный температурный график.

В связи со сложностью измерений показателей теплового состояния заготовки возникает необходимость в разработке математических моделей, которые достаточно полно описывают тепловые процессы при закалке заготовки в вертикальной шахтной печи. Такие математические модели основываются на нелинейных дифференциальных уравнениях в частных производных, содержат граничные условия различного рода, а также условия для определения положения границы фазового перехода.

Рассматривая технологический процесс закалки заготовки и конструктивные особенности вертикальных шахтных печей, можно представить печь двумя взаимодействующими между собой подсистемами:

- 1) газовая горелка, непосредственно преобразующая энергию в подводимую к заготовке теплоту и характеризующаяся мощностью  $P_g$ ;
- 2) печь, в которой происходят процессы преобразования жидкого металла в сталь заданного качества и характеризующаяся мощностью тепловых потерь  $P_{mn}$ .

При анализе интегральных показателей энергетических процессов в вертикальной шахтной печи учет их пространственного распределения может быть сделан путем решения дифференциальных уравнений в частных производных. Такое решение позволяет описать тепловые процессы, распределенные во времени и пространстве [1, 2].

Целью работы является получение математической модели тепловых параметров режима закалки заготовки в вертикальной шахтной печи, которая учитывает изменяющиеся в процессе закалки подводимую от пламени газовой горелки мощность и технологические параметры процесса.

Используя уравнения теплового баланса и пренебрегая тепловым потоком, выделяемым в заготовке за счет химических реакций, можно записать:

$$c_3 \cdot M_3 \cdot \frac{\partial T_M}{\partial \tau} = c_{2g} \cdot M_{2g} \cdot \frac{\partial T_{2g}}{\partial \tau} + \lambda_3 \frac{P_g(\tau) - P_{mn}(\tau)}{\pi r_3^2}, \quad (1)$$

где  $C_3, C_{2g}$  – удельные теплоемкости заготовки и газовой смеси соответственно;  $M_3, M_{2g}$  – массы заготовки и шлака соответственно.

В уравнение (1) входит величина тепловых потерь  $P_{mn}(\tau)$ , которая состоит из сравнительно небольших постоянных потерь через футеровку и охлаждающую воду и значительных потерь переменного характера, связанных с отходящими газами [1, 3]. Большую роль в теплообмене рабочего пространства печи играет газоздушная смесь, так как по мере нагрева газоздушная смесь аккумулирует тепло металлу.

Анализ уравнения (1) показывает, что изменение температуры участвующих в теплообмене тел зависит от величины теплового потока, воздействующего на заготовку в результате подогрева:

$$Q^*(t) = \lambda_3 \frac{P_z(\tau) - P_{mn}(\tau)}{\pi r_3^2}. \quad (2)$$

При описании тепловых процессов, происходящих в вертикальной шахтной печи, используют краевую задачу нестационарного теплообмена и моделирование трехмерного нестационарного распределения температуры в заготовке на основе интегрально-дифференциальных уравнений теплопроводности (уравнения Фурье). [2, 3].

Опишем процесс теплообмена в вертикальной шахтной печи системой дифференциальных уравнений теплопроводности в частных производных:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial T_{z\delta}}{\partial t} = a_1 \left( \frac{\partial^2 T_{z\delta}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_{z\delta}}{\partial r} \right) + \delta(r - r_1) Q^*, \\ \frac{\partial T_3}{\partial t} = a_2 \left( \frac{\partial^2 T_3}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_3}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_3}{\partial x^2} \right) + \delta(x) [F(r, t)]. \end{array} \right. \quad (3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial T_{z\delta}}{\partial t} = a_1 \left( \frac{\partial^2 T_{z\delta}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_{z\delta}}{\partial r} \right) + \delta(r - r_1) Q^*, \\ \frac{\partial T_3}{\partial t} = a_2 \left( \frac{\partial^2 T_3}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_3}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_3}{\partial x^2} \right) + \delta(x) [F(r, t)]. \end{array} \right. \quad (4)$$

где  $\delta(r - r_1)$ ,  $\delta(x)$  – дельта-функции по соответствующим координатам распространения тепла от пламени газовой горелки;  $F(r, t) = \delta(r - r_1) Q^* + Q_1 [T_{z\delta}^*(r, t)]$  – параметр, характеризующий мощность источника тепла, передаваемого заготовке;  $a_2 = 1/c_3 M_3$ ,  $a_1 = 1/c_{z\delta} M_{z\delta}$  – тепловые передаточные коэффициенты заготовки и газовой смеси соответственно;  $C_3$ ,  $C_{z\delta}$  – удельная теплоемкость заготовки и газовой смеси;  $M_m$ ,  $M_u$  – масса заготовки и футеровки.

В уравнения (3–4) приняты следующие допущения: усреднение температуры заготовки под действием газовой смеси, цилиндрическая форма печи и равномерное распределение мощности в фазах короткой сети. Такое предположение позволяет утверждать об усреднении температуры металла по слоям и равномерном ее распределении по всей высоте печи.

Уравнение (3) описывает теплопроводность в газовой смеси при наличии внутреннего источника тепла мощностью  $Q^*$ , излучаемой пламенем газовой горелки горячей непосредственно в газовой смеси. Уравнение (4) описывает теплопроводность (изменение температуры) в заготовке в процессе нагрева до температуры выдержки. Нагрев заготовки происходит путем непосредственного нагрева от пламени газовой горелки и конвекционного теплообмена на поверхности газовой смеси–заготовка и описывается мощностью источника тепла, входящим непосредственно в уравнение  $F(r, t)$ . На краях заготовки происходит конвекционный теплообмен с водоохлаждаемой футеровкой, температура которой измеряется встроенными термопарами.

Запишем начальные условия для уравнений (3) и (4):

$$T_{z\delta}(r, 0) = T_3(x, r, 0) = T_0, \quad (5)$$

где  $T_0$  – начальная температура заготовки и газовой смеси.

При решении уравнений (3) введем допущения, что газовой смеси является теплоизолированной по поверхности газовой смеси–заготовка, теплоотдача проходит только по поверхности радиусом  $R$ , а теплообмен между газовой смесью и заготовкой учтем при решении уравнения (4).

Граничные условия для уравнения (3):

$$T_{z\theta 1}(0, t) < \infty; \quad \frac{\partial T_{z\theta}}{\partial r} = -\alpha_1 T_{z\theta} \Big|_{r=R}. \quad (6)$$

Граничные условия для уравнения (4):

$$T_M(0, x, t) < \infty; \quad \frac{\partial T_M}{\partial x} = -\alpha_3 T_M \Big|_{x=l}; \quad \frac{\partial T_3}{\partial r} = -\alpha_2 T_3 \Big|_{r=R}; \quad \frac{\partial T_3}{\partial x} = \frac{\partial T_{z\theta}}{\partial x} \Big|_{x=0}. \quad (7)$$

Рассмотрим решение уравнения (3) с начальными (5) и граничными (6) условиями. Будем искать решение уравнения в виде:

$$T_{z\theta}(r, t) = \sum_{n=1}^{\infty} Q_n(t) J_0\left(\frac{\mu_n}{R} r\right), \quad (8)$$

где  $\mu_n$  – корни характеристического уравнения:  $\alpha_1 R J_0(\mu_n) + \mu_n J_0'(\mu_n) = 0$ ;  $J_0(z)$  – функция Бесселя 1-го рода нулевого порядка, причем  $J_0'(z) = -J_1(z)$ , т.к.  $T_1(0, t) < \infty$ .

Запишем разложение  $\delta(r - r_1) Q^*$  в ряд по функциям Бесселя:

$$\delta(r - r_1) Q^* = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\mu_n^2 Q^* r_1 J_0\left(\frac{\mu_n}{R} r_1\right)}{R^2 [\mu_n^2 + (\alpha_1 R)^2] J_0^2(\mu_n)} J_0\left(\frac{\mu_n}{R} r\right) \quad (9)$$

Тогда учитывая, что  $\int_0^R r J_0\left(\frac{\mu_n}{R} r\right) dr = \frac{R^2}{\mu_n^2} \mu_n J_1(\mu_n)$ , получаем:

$$T_0 = 2T_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\mu_n^2 J_1(\mu_n)}{[\mu_n^2 + (\alpha_1 R)^2] J_0^2(\mu_n)} J_0\left(\frac{\mu_n}{R} r\right). \quad (10)$$

Подставляя выражения (9) и (10) в (3), получим дифференциальные уравнения для функций  $Q_n(t)$ :

$$\dot{Q}_n + \left(\frac{a_1 \mu_n}{R}\right)^2 Q_n = 2Q^* \frac{\mu_n^2 r_1 J_0\left(\frac{\mu_n}{R} r_1\right)}{R^2 [\mu_n^2 + (\alpha_1 R)^2] J_0^2(\mu_n)} J_0\left(\frac{\mu_n}{R} r\right), \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (11)$$

с начальными условиями:  $Q_0 = 2T_0 \frac{\mu_n^2 J_1(\mu_n)}{[\mu_n^2 + (\alpha_1 R)^2] J_0^2(\mu_n)}$ .

Общее решение запишется:

$$Q_n(t) = C_n e^{-\left(\frac{a_1 \mu_n}{R}\right)^2 t} + \frac{2Q^* r_1}{a_1^2} \frac{J_0\left(\frac{\mu_n}{R} r_1\right)}{[\mu_n^2 + (\alpha_1 R)^2] J_0^2(\mu_n)}. \quad (12)$$

Решая относительно начальных условий, находим:

$$C_n = 2T_0 \frac{\mu_n^2 J_1(\mu_n)}{[\mu_n^2 + (\alpha_1 R)^2] J_0^2(\mu_n)} - \frac{2Q^* r_1}{a_1^2} \frac{J_0\left(\frac{\mu_n}{R} r_1\right)}{[\mu_n^2 + (\alpha_1 R)^2] J_0^2(\mu_n)}. \quad (13)$$

Тогда аналитическое решение распределения температурного поля в газозвушной смеси с учетом (11) и (13) примет окончательный вид:

$$T_{26}(r,t) = \sum_{n=1}^{\infty} 2T_0 \frac{\mu_n^2 J_1(\mu_n)}{[\mu_n^2 + (\alpha_1 R)^2] J_0^2(\mu_n)} e^{-\left(\frac{\alpha_1 \mu_n}{R}\right)^2 t} + \frac{2Q^* r_1}{a_1^2} \frac{J_0\left(\frac{\mu_n}{R} r_1\right)}{[\mu_n^2 + (\alpha_1 R)^2] J_0^2(\mu_n)} (1 - e^{-\left(\frac{\alpha_1 \mu_n}{R}\right)^2 t}) J_0\left(\frac{\mu_n}{R} r\right). \quad (14)$$

Перейдем к определению температурного поля в заготовке. Решение уравнения (4) будем искать в виде:

$$T_3(x,r,t) = \sum_{n=1}^{\infty} R_n(r,t) X_k(x). \quad (15)$$

Здесь  $X_k(x)$  – решение задачи Штурма–Лиувилля:

$$\begin{aligned} X_k'' - \lambda_k^2 X_k(x) &= 0, \\ \begin{cases} X_k'(0) = 0, \\ X_k'(h) = -\alpha_3 X_k'(l). \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} X_k(x) = C_1 \cos \lambda_k x + C_2 \sin \lambda_k x, \\ X_k'(x) = -\lambda_k C_1 \sin \lambda_k x + \lambda_k C_2 \cos \lambda_k x. \end{cases} \end{aligned} \quad (16)$$

Из краевых условий определим постоянные интегрирования:

$$\begin{cases} C_2 = 0; \\ C_1(\lambda_k \sin \lambda_k h) = -\alpha_3 \cos \lambda_k h, \end{cases} \quad (17)$$

Отсюда находим:  $\operatorname{tg} \lambda_k h = \frac{\alpha_3}{\lambda_k}$ . Пусть  $p_k = \lambda_k h$ . Тогда

$$\lambda_k = \frac{p_k}{h}, \quad (18)$$

где  $\operatorname{tg} p_k = \frac{\alpha_3 h}{\lambda_k}$ ;  $X_k(x) = C_1 \cos \frac{p_k}{h} x$  – собственные функции по переменной  $x$ .

Уравнение (2.56) примет вид:

$$T_3(x,r,t) = \sum_{k=1}^{\infty} R_k(r,t) \cos \frac{p_k}{h} x. \quad (19)$$

Найдем для  $\delta(x)$  разложения в ряд Фурье по  $X_k(x)$ :

$$\delta(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{X_k(0)}{\|X_k\|^2} = \frac{4}{h} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{p_k}{2p_k + \sin 2p_k} \cos \frac{p_k}{h} x, \quad (20)$$

где  $X_k(0) = 1$ ;  $\|X_k\|^2 = \int_0^h \cos^2 \frac{p_k}{h} x dx = \frac{1}{2} \int_0^h (1 + \cos^2 \frac{p_k}{h} x) dx = \frac{h}{2} (1 + \frac{\sin^2 p_k}{2p_k})$ .

Тогда

$$\delta(x)F(r,t) = \frac{4F(r,t)}{h} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{p_k}{2p_k + \sin 2p_k} \cos \frac{p_k}{h} x. \quad (21)$$

С учетом выражений (19) и (21) дифференциальное уравнение (4) при граничных условиях (5) и начальных условиях (7) примет вид:

$$\frac{\partial R_k}{\partial t} = a_2^2 \left( \frac{\partial^2 R_k}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial R_k}{\partial r} - \left( \frac{p_k}{h} \right)^2 R_k \right) + \frac{4F(r,t)}{h} \frac{p_k}{2p_k + \sin 2p_k}, \quad \kappa=1,2,3,\dots, \quad (22)$$

С граничными условиями  $R_k(0,t) < \infty$ ,  $\frac{\partial R_k}{\partial r} = -\alpha_2 R_k|_{r=R}$  и начальным условием:

$$T_0 = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2T_0}{p_k} \left[ \frac{\alpha_3 h \sin p_k}{\alpha_3 h + \sin^2 p_k} \right] \cos \frac{p_k}{h} x. \text{ Тогда:}$$

$$R_k(r,0) = 2T_0 \frac{\alpha_3 h \sin p_k}{p_k [\alpha_3 h + \sin^2 p_k]}. \quad (23)$$

Перепишем уравнение (22) для  $R_k(r,t)$ :

$$\frac{\partial R_k}{\partial t} = a_2^2 \left( \frac{\partial^2 R_k}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial R_k}{\partial r} - \left( \frac{p_k}{h} \right)^2 R \right) + 2\alpha_3 F(r,t) \left[ \frac{\alpha_3 h \sin p_k}{\alpha_3 h + \sin^2 p_k} \right], \quad (24)$$

с граничными условиями  $R_k(0,t)|_{r=0} < \infty$ , и начальными условиями  $\frac{\partial R_k}{\partial r} = -\alpha_2 R_k|_{r=R}$ .

Решение уравнения (24) будем искать в следующем виде:

$$R_k(r,t) = \sum_{i=1}^{\infty} Q_{ki}(t) J_0 \left( \frac{\chi_i}{R} r \right). \quad (25)$$

где  $\chi_i$  – корни характеристического уравнения  $R\alpha_2 J_0(\chi_i) + \chi_i J_0'(\chi_i) = 0$ .

Запишем разложение  $F(r,t)$  в ряд Фурье по  $J_0 \left( \frac{\chi_i}{R} r \right)$ :

$$F(r,t) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2\chi_i^2}{R^2(\chi_i^2 + (\alpha_2 R)^2) J_0^2(\chi_i)} \int_0^R r F(r,t) J_0 \left( \frac{\chi_i}{R} r \right) dr J_0 \left( \frac{\chi_i}{R} r \right), \quad (26)$$

Представим  $R_k(r,0)$  в виде:

$$R_k(r,0) = \sum_{i=1}^{\infty} Q_{ki} J_0 \left( \frac{\chi_i}{R} r \right), \quad (27)$$

$$\text{где } Q_{ki}(0) = 2T_0 \frac{\alpha_3 h \sin p_k}{p_k [\alpha_3 h + \sin^2 p_k]} \frac{2\chi_i^2 J_1(\chi_i)}{(\chi_i^2 + (\alpha_2 R)^2) J_0^2(\chi_i)}.$$

Подставляя выражение (25), (26) в дифференциальное уравнение (24), получим:

$$\dot{Q}_{ki} + \left[ a_2^2 \left( \left( \frac{\chi_i}{R} \right)^2 + \left( \frac{p_k}{h} \right)^2 \right) \right] Q_{ki} = \frac{2\alpha_3}{\alpha_3 h + \sin^2 p_k} p_i(t), \quad (28)$$

Найдем решение (28), удовлетворяющее начальному условию. Общее решение уравнения имеет вид:

$$Q_{ki}(t) = C_{ki} e^{-a_{ki}t} + \frac{2\alpha_3}{\alpha_3 h + \sin^2 p_k} e^{-a_{ki}t} \int_0^t p_i(\tau) e^{a_{ki}\tau} d\tau. \quad (29)$$

Используя начальные условия, получим:

$$C_{ki} = 4T_0 \frac{\alpha_3 h \sin p_k}{p_k [\alpha_3 h + \sin^2 p_k]} \cdot \left[ \frac{\chi_i J_1(\chi_i)}{\chi_i^2 + (\alpha_2 R)^2 J_0^2(\chi_i)} \right]. \quad (30)$$

Тогда

$$R_k(r, 0) = \sum_{i=1}^{\infty} Q_{ki}(t) J_0\left(\frac{\chi_i}{R} r\right), \quad (31)$$

где

$$Q_{ki}(t) = 4T_0 \frac{\alpha_3 h \sin p_k}{p_k [\alpha_3 h + \sin^2 p_k]} \cdot \frac{\chi_i J_1(\chi_i)}{(\chi_i^2 + (\alpha_2 R)^2) J_0^2(\chi_i)} e^{-a_{ki}t} + \frac{2\alpha_3}{\alpha_3 h + \sin^2 p_k} e^{-a_{ki}t} \int_0^t p_i(\tau) e^{a_{ki}\tau} d\tau; \quad (32)$$

$$p_i(t) = \frac{2\chi_i^2}{(\chi_i^2 + (\alpha_2 R)^2) J_0^2(\chi_i)} \int_0^R r F(r, t) J_0\left(\frac{\chi_i}{R} r\right) dr. \quad (33)$$

Окончательно температурное поле в заготовке записывается в виде:

$$T_M(x, r, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \left( \sum_{i=1}^{\infty} Q_{ki}(t) J_0\left(\frac{\chi_i}{R} r\right) \right) \cos \frac{p_k}{h} x. \quad (34)$$

Полученные динамические модели (14) и (34) являются нелинейными, и отражают специфическую реакцию многих печей. Специфическая реакция проявляется в наличии двух составляющих, одна из которых соответствует относительно быстрой реакции поверхностных слоев (газовоздушной смеси), а вторая – более медленному распределению тепла в заготовке. Модель позволяет исследовать изменение температуры заготовки в зависимости от величины мощности на газовой горелке, массы заготовки  $M_3$  и массы газовоздушной смеси  $M_{26}$  в печи. Входными параметрами модели являются удельные теплоемкости газовоздушной смеси и заготовки, а также подводимая мощность, выходным параметром – температура.

По результатам теоретических исследований процесса теплообмена в замкнутом пространстве печи получены поверхности изменения температуры в процессе нагрева заготовки. При решении системы уравнений использован МПП MatLab и встроенная функция PDE. В процессе моделирования приняты следующие параметры:  $M_3 = 8$  тонн,  $M_{26} = 2$  тонны,  $C_M = 0,263$  Дж/°С кг [4–8]. Результаты моделирования приведены на рис. 1.

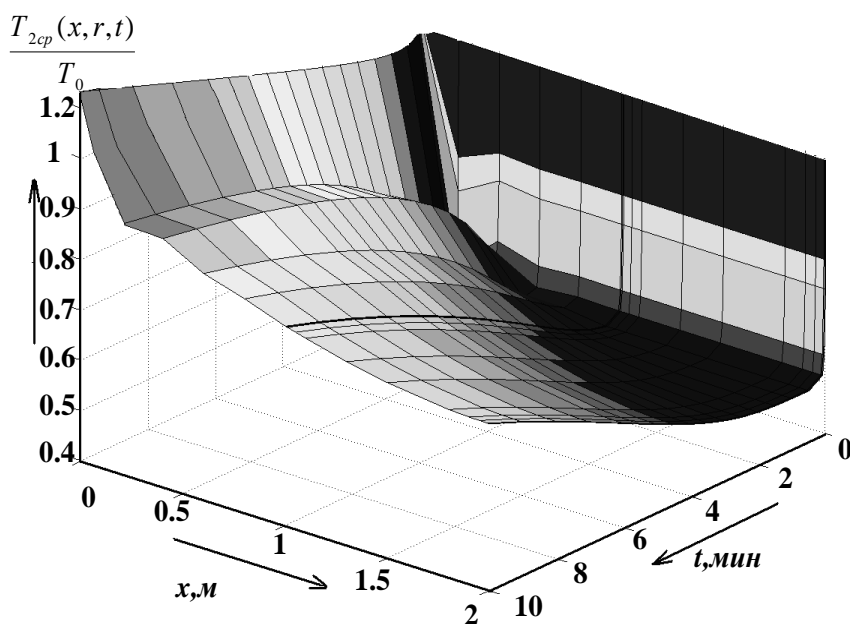


Рис. 1. Распределение температуры заготовки по высоте печи при  $R = \frac{2}{3} R_{печи}$

### ВЫВОДЫ

Получена математическая модель тепловых параметров режима закалки заготовки в вертикальной шахтной печи, которая учитывает изменяющиеся в процессе закалки подводимую от пламени газовой горелки мощность и технологические параметры процесса. Реализация предложенного алгоритма на практике должна обеспечить высокую равномерность нагрева изделий, а также максимальный процент использования топлива, что позволит повысить экономичность и экологичность технологического процесса.

### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Никольский А. Е. Тепловая работа печей / А. Е. Никольский. – М. : Металлургия, 1981. – 320 с.
2. Бакан В. С. АСУ ТП печей / В. С. Бакан, В. П. Верешко. – Краматорск : ПАО «НКМЗ», 2014. – 75 с.
3. Егоров А. И. Основы теории управления / А. И. Егоров. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 504 с.
4. Дьяконов В. П. MATLAB 6/6.1/6.5 + Simulink 4/5. Основы применения. Полное руководство пользователя / В. П. Дьяков. – М. : Солон-Пресс, 2002. – 800 с.
5. Губинский В. И. Металлургические печи : учеб. Пособие / В. И. Губинский. – Днепропетровск : НМетАУ, 2006. – 85 с.
6. Пилипенко Р. А. Интенсификация тепловой работы камерных печей, отапливаемых природным газом / Р. А. Пилипенко // Металлургическая теплотехника : сб. науч. трудов НМетАУ. – Днепропетровск : НМетАУ, 2002. – Т. 8. – С. 99–105.
7. Ревун М. П. Перспективные направления совершенствования тепловой работы нагревательных и термических камерных печей / М. П. Ревун, В. Ю. Зинченко // Металлургическая теплотехника : сб. науч. трудов. – Днепропетровск : НМетАУ, 2006. – Т. 6. – С. 294–302.
8. Краснокутская И. Н. Анализ направлений энергосбережения в нагревательных и термических камерных печах / И. Н. Краснокутская, В. Г. Рыжков // Металлург. – 2008. – №12.